**Урок по теме: Перпендикулярность прямых в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признаки перпендикулярности прямой и плоскости.**

**Цели урока:**

* *обучающие:* создать условия для формирования основных понятий, аксиом по теме; сформировать умение работать с текстом учебника; формировать умение, находить примеры на предметах окружающего мира, формировать умение мыслить пространственно; анализировать, наблюдать, делать выводы;
* *развивающие:* развивать логическое мышление, память, пространственное воображение, познавательный интерес, расширять представления учащихся об окружающем мире, поддерживать интерес к изучаемому предмету; содействовать развитию навыка самостоятельной работы учащихся посредством вовлечения их в исследовательскую деятельность;
* *воспитывающие:* активизировать интерес к изучаемому материалу.

**Ход урока.**

**1. Организационный момент. Проверка готовности к уроку.**

В Древней Греции всех ораторов учили геометрии. На дверях школы было написано: «Не знающий геометрии да не войдет сюда». Геометрия учит доказывать, а речь человека убедительна только тогда, когда он доказывает свои выводы. И этому мы будем с вами сегодня учиться на уроке.

**2. Мотивация урока.**

Мы начинаем изучение новой темы: «Перпендикулярность прямых и плоскостей». Прикладная направленность темы выражается в решении задач модуля: «Реальная математика», то есть из окружающей нас действительности математическими методами с опорой на стереометрию. Обуславливается это в первую очередь введением понятия расстояния. На уроках встречается замечательная классическая конфигурация прямоугольного треугольника (перпендикуляр, наклонная, проекция). Поэтому постоянно используются знания из стереометрии, необходимые для решения задач. Азбучное для десятиклассника: теорема Пифагора, тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике, формулы для вычисления площадей, сведения об описанных и вписанных окружностях, подобие фигур, аналитический аппарат решения уравнений и систем уравнений. В процессе изучения темы вам предстоит ознакомиться со свойствами перпендикулярности двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей, сформировать умение «перевести» практическую задачу на язык геометрии и решить её, приведя полное обоснование.

**3. Актуализация опорных знаний.**

Учитель: Какое взаимное расположение 2х прямых возможно на плоскости?

Ответ. Прямые в пространстве могут пересекаться, скрещиваться и быть параллельными.

Учитель. Попробуем дать определение каждого случая и сделать схематические рисунки на доске.

Учитель. Сегодня поговорим о пересекающихся прямых. Что принимается за угол между двумя пересекающимися прямыми?

Ответ. Наименьший угол.

Рассмотрим несколько задач по готовым чертежам.



Учитель. В каких пределах меняется величина угла?

Ответ. Больше или равно 0° , но меньше или равно 90°.

Учитель. Как вы представляете угол равен 0°? Равен 90°? Как называются прямые на 3м рисунке?

Ответ. Перпендикулярными.

Учитель. Какие прямые называются перпендикулярными?

Ученики проговаривают определение перпендикулярных прямых.

**4. Изучение нового материала.**

Наряду с отношением параллельности в геометрии важнейшую роль играет отношение перпендикулярности. На плоскости мы говорили только о перпендикулярности прямых, а в пространстве уже 3 возможности:

* перпендикулярность прямых,
* перпендикулярность прямой и плоскости,
* перпендикулярность двух плоскостей

Эти 3 понятия рассмотрим на модели прямоугольного параллелепипеда.

И мы на уроках будем последовательно изучать эти отношения.

На сегодняшнем уроке начнём с перпендикулярности прямых. В главе “Перпендикулярность прямых и плоскостей” больше появятся задач на нахождение неизвестных элементов фигур, чем задач на доказательство.

Вспомним немного теоретического материала.

Дадим определение перпендикулярных прямых в пространстве. Работа с учебником (п.5.1)

Определение. Две прямые называются перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом.

Получается, что определение перпендикулярных прямых в пространстве аналогично определению перпендикулярных прямых на плоскости.

Решим задачу. Доказать, что через любую точку прямой в пространстве можно провести перпендикулярную ей прямую.

Решение. Возьмем в пространстве любую точку В вне прямой и проведем через прямую и точку В плоскость ?. В плоскости проведем прямую в через точку на данной прямой , перпендикулярную ей с помощью чертежных инструментов.

Вопрос. Какие прямые в пространстве называют параллельными?

Ответ: прямые, которые не пересекаются и лежат в одной плоскости.

Вопрос. Найдите различия этого определения с определением перпендикулярных прямых.

Ответ:

а ) пересекаются,

б ) не сказано, что лежат в одной плоскости.

Вывод. Перпендикулярные прямые могут лежать в разных плоскостях.

Задание. Найти на модели прямоугольного параллелепипеда 2 перпендикулярные прямые, лежащие в одной плоскости и в разных плоскостях.

Вопрос. Как называются прямые, лежащие в разных плоскостях

Ответ :скрещивающиеся.

 В1 С1

 А1 Д1

 В С

 А Д

Теорема. Если 2 пересекающиеся прямые параллельны соответственно 2 перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны.



При доказательстве теоремы привлекать учеников. Работа над доказательством в парах.

-Какое взаимное расположение плоскости и прямой возможно?

Ответ. Прямая может лежать в плоскости, может пересекать плоскость, может быть параллельной.

-Поговорим сегодня о пересекающихся прямой и плоскости. Если прямые при пересечении могут быть перпендикулярными, то хочется предположить, что прямая и плоскость тоже могут быть перпендикулярными

-Предлагаю самим сформулировать определение перпендикулярности прямой и плоскости.

Ответ. Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой , которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения.

-Существенны ли в формулировке слова «пересекающая плоскость»?

- Существенны ли слова «проходит через точку пересечения»?

Ученики рассуждают по заданным вопросам.

-Хорошо, определение понятно. Но ведь перпендикулярность ко всем прямым проверить невозможно. Давайте думать о признаке перпендикулярности прямой и плоскости.

1. **Закрепление нового материала.**

Решение у доски № 5.1, 5.4, 5.7, 5.9, 5.16, 5.21,

в парах № 5.3, 5.6, 5.15.

1. **Физпауза.**
2. **Самостоятельная работа.**

решить № 5.10, 5.18, 5.23.

1. **Итоги урока. Д/з. Рефлексия.**

**Геометрическая перестрелка.**

1.Угол между прямыми равен 90°.Как называются такие прямые?

2.Верно ли утверждение: « Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой , лежащей в этой же плоскости?»

3.Продолжите предложение: «Прямая перпендикулярна плоскости, если она…..»

4.Что можно сказать о (2-х, 3-х, 4-х) прямых, перпендикулярных к одной плоскости?

* На уроке я работал активно / пассивно
* Своей работой на уроке я доволен / не доволен
* Урок для меня показался коротким / длинным
* За урок я не устал / устал
* Моё настроение стало лучше / стало хуже
* Материал урока мне был понятен / не понятен

Выучить п. 5.1, 5.2. Решить: № 5.2, 5.5, 5.8, 5.17, 5.22, 5.24.

**Урок по теме: Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах.**

**Цели урока:**

* *обучающие:* создать условия для формирования основных понятий перпендикуляра, наклонной, проекции наклонной, расстояния от точки до плоскости; рассмотреть свойства наклонных и их проекций; рассмотреть связь между перпендикуляром, наклонной и проекцией наклонной, закрепить эти понятия в ходе решения задач.
* *развивающие:* развивать логическое мышление, память, пространственное воображение, познавательный интерес, расширять представления учащихся об окружающем мире, поддерживать интерес к изучаемому предмету; содействовать развитию навыка самостоятельной работы учащихся посредством вовлечения их в исследовательскую деятельность;
* *воспитывающие:* активизировать интерес к изучаемому материалу.

**Ход урока.**

1. **Организационный момент. Проверка готовности к уроку.**

Эпиграф урока:

 «Пребудет вечной истина, коль скоро

 Её познает слабый человек.

 И ныне теорема Пифагора

 Верна, как и в его далёкий век!»

 А. Шамиссо.

Не для кого не секрет что вся элементарная геометрия пришла к нам в основном с Египта и Греции. В далекие и древние времена геометрия использовалась как наука для измерения земли, а также очень тесно при строительстве. Все теоремы, [законы](http://xvatit.com/busines/strahovanie-zakon/) и аксиомы выводили и доказывали что бы облегчить измерительные или строительные работы. Сегодняшняя тема была очень важна для людей того времени так как перпендикуляр и наклонная основные ориентиры при работе такого типа.

**2. Мотивация урока.**

**3. Актуализация опорных знаний. Проверка д/з.**

**Игра «Верю-не верю»:**

* При пересечении прямые образуют 4 угла.
* Углом между пересекающими прямыми является больший из двух смежных углов.
* Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом.
* Через произвольную точку прямой в пространстве можно провести перпендикулярную ей прямую.
* Если две пересекающиеся прямые параллельны двум перпендикулярным прямым, то они тоже параллельны.
* Через любую точку пространстве, не принадлежащую прямой, нельзя провести прямую, перпендикулярную данной.
* Если прямая, перпендикулярна одной из двух параллельных прямых и лежит с ними в одной плоскости, то она параллельна и второй прямой.
* Вопросы нахождение перпендикулярных прямых и плоскостей по кубу.

Повторить теорему Пифагора.

**4. Изучение нового материала.**

Пусть точка *A* не принадлежит плоскости π. Проведем прямую *a*, проходящую через эту точку и перпендикулярную π. Точку пересечения прямой *a* с плоскостью π обозначим *O*. Отрезок *AO* называется **перпендикуляром**, опущенным из точки *A* на плоскость π.

**Наклонной** к плоскости называется прямая, пересекающая эту плоскость и не перпендикулярная ей. Наклонной называют также отрезок, соединяющий точку, не принадлежащую плоскости, с точкой плоскости, и не являющийся перпендикуляром.

На рисунке: АО-перпендикуляр к плоскости α, АВ- наклонная, ОВ- проекция наклонной.

Примеры материальных моделей перпендикуляров к плоскости: столб, телевизионная вышка перпендикулярны плоскости горизонта; перпендикулярно этой плоскости забивают сваи, бурят скважины, проходят шахтные стволы, запускают космические корабли. Только набрав нужную высоту, ракета отклоняется в нужном направлении.

Введение понятия расстояния от данной точки до плоскости.

Из всех расстояний от точки А до различных точек плоскости р наименьшим является расстояние до точки В. Это расстояние, т.е. длина перпендикуляра, проведенного из точки А к плоскости р, *называется расстоянием от точки А до плоскости р*

**Теорема о перпендикуляре и наклонной**

Перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.

Доказательство.Пусть *AB* – наклонная к плоскости α, *AO* – перпендикуляр, опущенный на эту плоскость. Соединим отрезком точки *O* и *B*. Треугольник *AOB* прямоугольный, *AB* гипотенуза, *AO* – катет. Следовательно, *AO* < *AB*.

**Теорема о трех перпендикулярах**



Доказательство. Пусть прямая *а* плоскости α перпендикулярна проекции *OB* наклонной *АВ*. Тогда она будет перпендикулярна двум пересекающимся прямым *OB* и *AO*. По признаку перпендикулярности прямой и плоскости, прямая *а* перпендикулярна плоскости *АOВ* и, следовательно, она будет перпендикулярна наклонной *АВ*.

1. **Закрепление нового материала. Тест.**

Упражнение 1

Верно ли утверждение: «Если из двух различных точек, не принадлежащих плоскости, проведены к ней две равные наклонные, то их проекции тоже равны»?

Ответ: Нет.

Упражнение 2

К плоскости прямоугольника *ABCD* в точке пересечения диагоналей восстановлен перпендикуляр. Верно ли утверждение о том, что произвольная точка *M* этого перпендикуляра равноудалена от вершин прямоугольника? Ответ: Да

Упражнение 3

Точка *M* равноудалена от всех точек окружности. Верно ли утверждение о том, что она принадлежит перпендикуляру к плоскости окружности, проведённому через её центр? Ответ: Да

Упражнение 4

Основание *ABCD* пирамиды *SABCD* – прямоугольник, *AB* < *BC*. Ребро *SD* перпендикулярно плоскости основания. Среди отрезков *SA*, *SB*, *SC* и *SD* укажите наименьший и наибольший.

Ответ: *SD* – наименьший; *SB* – наибольший.

 **Задачи:**

1) Из точки *A* к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках *B* и *C*. Найдите отрезок *AC*, если *AB =* 6 см, ∠*BAC =* 60°.(Ответ 12 см)

2) Отрезки двух наклонных, проведенных из одной точки к плоскости, равны 15 см и 20 см. Проекция одного из этих отрезков равна 16 см. Найдите проекцию другого отрезка.(Ответ 9 см)

3) Из точки *A* к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках *B* и *C*. Найдите проекцию отрезка *AC*, если *AC =* 37 см, *AB =* 35 см.(Ответ 12 см)

Решить № 5.42.

**6.** **Историческая справка:**

Хоть эта теорема и носит имя Пифагора, она встречается ещё в вавилонских тетрадях, написанных за 1200 лет до Пифагора. О том, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 есть прямоугольный, знали за 2000 лет до н.э. египтяне, которые, вероятно, пользовались этим соотношением для построения прямых углов при сооружении зданий. В Китае предложение о квадрате гипотенузы было известно по крайней мере за 500 лет до Пифагора. Известно более 150 доказательств этой теоремы.

**7.Самостоятельная работа.**

Работа в группах: решить № 5.35-5.40.

 **8.Итоги урока. Геометрическая перестрелка.**

###  ВОПРОСЫ:

1. Какой отрезок называется перпендикуляром?
2. Какой отрезок называется наклонной?
3. Какой отрезок называется проекцией наклонной?
4. Какая точка называется основанием перпендикуляра?
5. Какая точка называется основанием наклонной?
6. Что называется расстоянием от данной точки до плоскости?
7. Как найти расстояние от точки до плоскости?
8. Может ли наклонная быть короче перпендикуляра, проведенного из той же точки?
9. Если наклонные, проведённые из одной точки к плоскости равны, то что можно сказать об их проекциях?
10. Как сформулировать обратное утверждение?
11. Точка А не лежит на плоскости. Сколько наклонных одной дли-

 ны можно провести из этой точки к данной плоскости?

1. Если точка равноудалена от всех вершин прямоугольника, то во
2. что она проектируется на его плоскость?

**9. Д/з. Рефлексия.**

 - Какое впечатление у Вас сложилось? (Понравилось – не понравилось)

 – Какое настроение после урока? (Радостное – грустное)

 – Какое самочувствие? (Устал – не устал)

 – Какое отношение к пройденному материалу? (Понял – не понял)

– Оцени свою активность на уроке. (Старался – не старался).

Выучить п. 5.3. Решить: № 5.41, 5.43, 5.44, 5.45.

**Урок по теме «Перпендикулярность плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей**

*Цели урока:*

* *обучающие:* создать условия для формирования основных понятий темы, закрепить эти понятия в ходе решения задач.
* *развивающие:* развивать логическое мышление, память, пространственное воображение, познавательный интерес, расширять представления учащихся об окружающем мире, поддерживать интерес к изучаемому предмету; содействовать развитию навыка самостоятельной работы учащихся посредством вовлечения их в исследовательскую деятельность;
* *воспитывающие:* активизировать интерес к изучаемому материалу.

**Ход урока.**

1. **Организационный момент. Проверка готовности к уроку.**

**2. Мотивация урока.**

**3. Актуализация опорных знаний. Проверка д/з.**

 **Геометрическая перестрелка.**

1. Какой отрезок называется наклонной?
2. Какой отрезок называется проекцией наклонной?
3. Какая точка называется основанием перпендикуляра?
4. Какая точка называется основанием наклонной?
5. Что называется расстоянием от данной точки до плоскости?
6. Как найти расстояние от точки до плоскости?
7. Может ли наклонная быть короче перпендикуляра, проведенного из той же точки?
8. Если наклонные, проведённые из одной точки к плоскости равны, то что можно сказать об их проекциях?
9. Формулировка теоремы о трех перпендикулярах.
10. Теорема Пифагора.

Тест 1-6, с.178. Решить №5.49

**4. Изучение нового материала**

Плоскости α и β называются перпендикулярными, если существует плоскость γ, перпендикулярная их линии пересечения и пересекающая их по взаимно перпендикулярным прямым.



ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.
Если плоскость проходит через [прямую перпендикулярную другой плоскости](http://schools.keldysh.ru/sch1905/Geom_perpendikularnost/prpl.htm), то эти плоскости перпендикулярны.

* Если [плоскость](http://club-stalker.ru/vluvla-steo/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%81%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29) проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.
* Если из точки, принадлежащей одной из двух перпендикулярных плоскостей, провести перпендикуляр к другой плоскости, то этот перпендикуляр полностью лежит в первой плоскости.
* Если в одной из двух перпендикулярных плоскостей провести перпендикуляр к их линии пересечения, то этот перпендикуляр будет перпендикулярен второй плоскости.
* Плоскость, перпендикулярная двум пересекающимся плоскостям, перпендикулярна их линии пересечения.

**5. Закрепление нового материала.**

Работа с учебником в парах: п.5.4. Работа в группах. Тест № 5.64-5.68.

**6. Физпауза.**

**7.Самостоятельная работа.**

Работа в группах: решить № 5.70, 5.72.

**8.Итоги урока.**

**9. Д/з. Рефлексия.**

 - Какое впечатление у Вас сложилось? (Понравилось – не понравилось)

 – Какое настроение после урока? (Радостное – грустное)

 – Какое самочувствие? (Устал – не устал)

 – Какое отношение к пройденному материалу? (Понял – не понял)

 – Какова твоя самооценка после урока? (Доволен – не доволен)

 – Оцени свою активность на уроке. (Старался – не старался).

Д/з. п.5.4, решить № 5.51, 5.69, 5.71, 5.73.

**Тема урока: Обобщающее повторение по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»**

***Цели урока:***

1.Повторение теоретического материала по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей», совершенствование навыков решения задач;

2.Развитие логического мышления, пространственного воображения, внимания;

3.Воспитание трудолюбия, аккуратности.

**Ход урока**

**1. Организационный момент**, приветствие, пожелания плодотворной работы.

*Мудр не тот, кто знает много, а тот, чьи знания полезны.*

*Эсхил*

Ребята, послушайте, какая тишина!

Это в школе начались уроки.

Мы не будем тратить время зря,

И приступим все к работе.

Мы сюда пришли учиться,

Не лениться, а трудиться.

Работаем старательно,

Слушаем внимательно.

**2. Мотивация урока.**

Девизом нашего урока является высказывание: “Есть в математике нечто, вызывающее человеческий восторг”, так как на уроках геометрии очень важно уметь, смотреть и видеть, замечать и отмечать различные особенности геометрических фигур. Даю “установку”: Развивать и тренировать свое геометрическое зрение.

Какие задачи поставим на сегодняшний урок? На какие вопросы нужно обратить особое внимание?

3.**Актуализация знаний. Проверка д/з.**

Теоретический опрос в игровой форме

**Геометрическая перестрелка.**

1.Угол между прямыми равен 90\*.Как называются такие прямые?

2.Верно ли утверждение: « Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой , лежащей в этой же плоскости?»

3.Продолжите предложение: «Прямая перпендикулярна плоскости, если она…..»

4.Что можно сказать о (2-х, 3-х, 4-х) прямых, перпендикулярных к одной плоскости?

5.Как определяется расстояние от точки до прямой на плоскости?

6. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах.

7.Как найти угол между прямой и плоскостью?

8.Можно ли через точку пространства провести три плоскости, каждые две из которых взаимно перпендикулярны? (пример)

 (учащиеся задают вопросы друг другу, в случае, если команда не отвечает на вопрос, право ответа остается у команды, задающей вопрос.)

Доказательство теоремы о трех перпендикулярах у доски.

**4. Формирование навыков решения задач по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»**

 а) Решение задач по готовым чертежам:

1.Прямая а перпендикулярна плоскости АВС, ΔАВС – равносторонний, АВ =2√3, МD = 4. Найти МС.

2. В тетраэдре DABC AD⊥AC, AD⊥AB, DC⊥CB.

а)Докажите, что AD⊥ВC;

 б) Докажите, что прямая ВС ⊥ плоскости АDС; в) Найдите площадь
Δ ВСА, если ВС= 4, АС = 3*.*

*3.* Точка Е не принадлежит плоскости прямоугольника АВСD, ВЕ ⊥AB, ВЕ⊥ВС.

 а) Докажите, что ВЕ⊥СD;
б) Докажите, что прямая СD ⊥ВСЕ;

 в) Найдите площадь Δ ЕСD, если СD =6, СЕ = 8.

в) работа на группах: тест 10-14 с.179.

**Историческая пауза.**

Имеющая сейчас большое значение теорема о трех перпендикулярах, в «Началах» не содержится. Она была доказана математиками востока: доказательство имеется в «Трактате о полном четырехстороннике» Иасир ад-Дина ат-Туси и в тригонометрическом трактате его анонимного предшественника. В Европе эта теорема была впервые сформулирована Луи Бертраном (1731 – 1812) и доказана в «Элементах геометрии» Лежандра (1794). Лежандр формулировал ее так: «Пусть прямая AP перпендикулярна к плоскости Q, а точка P – ее основание и пусть BC – произвольная прямая в плоскости Q. Проведем из точки P прямую PD перпендикулярную BC и соединим точки A и D; тогда прямая AD тоже будет перпендикулярна к BC».

Решение у доски № 25 с. 181.

**6.** **Физминутка для глаз.**

-Не поворачивая головы, обведите взглядом стену класса по периметру по часовой стрелке, классную доску по периметру против часовой стрелки, треугольник, изображенный на стенде по часовой стрелке и равный ему треугольник против часовой стрелки. Поверните голову налево и посмотрите на линию горизонта, а теперь на кончик своего носа. Закройте глаза, сосчитайте до 5, откройте глаза и …

Мы ладонь к глазам приставим,
Ноги крепкие расставим.
Поворачиваясь вправо,
Оглядимся величаво.
И налево надо тоже
Поглядеть из под ладошек.
И – направо! И еще
Через левое плечо!
а теперь продолжим работу.

**5. Совершенствование навыков решения задач**.

Самостоятельная работа с последующей проверкой: №26 с.181, №19 с.180.

**6. Итоги урока. Рефлексия.**

Чему научились на уроке? Что удалось? Над чем надо работать?

**7. Домашнее задание**

Повторить п. 5.1.-5.4., решить № 5.58, 5.59, 5.52.Подготовить кроссворд по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей».

**Тема:** **Контрольная работа по теме «**Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве**»**

**Цель:**

* Проверить уровень усвоения данной темы и уровень умений и навыков, сформированный по данной теме.
* Развитие самоконтроля и самопроверки.
* Воспитание трудолюбия и ответственности за выполнение работы.

**Ход урока.**

**1.Организационный этап.**

**2.Постановка темы и цели урока.**

**3.Условие контрольной работы.**

**4.Итоги урока. Домашнее задание.**